Um Estudo Sobre a Chance de Repetição de Sorteios na Mega-Sena

Rogério César dos Santos†

Resumo

Qual é a chance de haver um sorteio repetido na Mega-Sena, em *n* jogos? Como veremos, esse é um problema semelhante ao clássico problema de se calcular a chance de haver duas ou mais pessoas fazendo aniversário no mesmo dia e mês, dentre *n* pessoas.

Palavras-Chave: Ensino de Matemática, Análise Combinatória, Probabilidade, Loteria

Abstract

What is the chance of having a repeated raffle in the Mega-Sena, in *n* games? As we shall see, this is a similar problem to the classic problem of calculating the chance of two or more people doing the same birthday day and month, among *n* people.

Key words: Teaching of Mathematics, Combinatorial Analysis, Probability, Lottery

Introdução

A solução do problema de se calcular a chance de haver duas ou mais pessoas fazendo aniversário no mesmo dia e mês, dentre *n* pessoas, para o caso particular em que $n = 23$ pessoas em um campo de futebol – vinte e dois jogadores mais o juiz – é a seguinte:
primeiro, calculamos quantas sequências de 23 datas distintas existem, dentre os 365 dias do ano, em que cada elemento da sequência representa uma pessoa diferente em campo que faz aniversário na respectiva data:

† E-mail: rogerc@unb.br. Curso de Licenciatura em Ciências Naturais, Faculdade UnB Planaltina

$$A_{365;23}$$

sequências.

Depois, quantas sequencias de 23 datas existem, podendo haver repetições:

$$365^{23}$$

sequências.

Em seguida, calculamos a probabilidade de *não* haver coincidência de aniversário entre os 23 indivíduos do campo de futebol, que é igual, usando os resultados anteriores, a

$$\frac{A_{365;23}}{365^{23}}$$

Enfim, calculamos a chance de *haver* alguma coincidência de aniversário em campo:

$$1 - \frac{A_{365;23}}{365^{23}} \cong 50{,}7\%,$$

que aliás é um valor bem alto, se pensarmos no que a nossa intuição suporia.

1 A Mega-Sena repetida

A chance de haver algum sorteio repetido na Mega-Sena também se calcula desta forma. O primeiro sorteio da Mega-Sena que consta no site da Caixa Econômica Federal foi realizado em 11/03/1996, e o sorteio de ordem 1.559 foi realizado no dia 21/12/2013 (veja [1]).

Nossa pergunta será: em *n* jogos da Mega-Sena, qual é a chance de haver dois ou mais sorteios iguais? Lembre o leitor que são sessenta números dentre os quais seis formam o sorteio da Mega-Sena.

Fazendo analogia ao caso anterior, ao invés de 365 possibilidades de datas para cada jogador, serão

$$s = C_{60;6} = 50.063.860$$

possibilidades de combinações em cada um dos *n* jogos realizados pela Caixa. E, ao invés de 23 elementos da sequência, serão *n* elementos representando cada um dos *n* jogos, em ordem. Logo, de forma semelhante à anterior, a chance de haver *alguma* coincidência de sorteios da Mega-Sena em *n* jogos, é:

$$1 - \frac{A_{C_{60;6};n}}{{C_{60;6}}^{n}} = 1 - \frac{A_{s;n}}{s^{n}} = 1 - \frac{A_{50.063.860;n}}{50.063.860^{n}},$$

onde o numerador tem a curiosa expressão do Arranjo de uma Combinação, *n* a *n*.

Bastante pretensioso, tentei calcular a expressão acima para os n = 1.559 jogos, no computador, porém, tanto no Excel quanto no software livre MAXIMA, o maior valor de n para o qual a expressão acima pode ser calculada é n = 40 jogos, cuja probabilidade de haver coincidência de sorteios, a título de curiosidade, é de 0,001558%. Para valores menores de n, essa chance cai, obviamente.

Porém, com n = 1.559 jogos, não há esperanças de a probabilidade ser alta, conforme veremos. E isso se deve ao fato de 1.559 representar muito pouco na quantidade de sorteios possíveis, 50.063.860.

Vamos simular outras quantidades "*s*" de combinações possíveis em cada sorteio. Ao mesmo tempo, iremos comparar a probabilidade de se obter sorteios coincidentes nos n primeiros jogos, com o respectivo valor de $q = n/s$, ou seja, vamos comparar a probabilidade de haver sorteios iguais nos n jogos, com a porcentagem q que esse número de jogos n representa nas s combinações possíveis.

No caso em que n = 1.559 jogos, estes representam apenas 0,0031% dos s = 50.063.860 sorteios possíveis na Mega-Sena. Logo, nossas simulações serão focadas no que acontece quando temos porcentagens $q = n / s$ próximas dos 0,0031%, para outros valores de n e s fictícios.

2 Mega-Senas fictícias

Suponha uma Mega-Sena onde há 60 números para se escolherem 2, logo, são s = 1.770 possibilidades de sorteio em cada jogo. A tabela abaixo mostra a probabilidade de haver sorteios iguais nos n primeiros sorteios, em correspondência à porcentagem que o número de sorteios analisados n representa nos s = 1.770 sorteios possíveis.

Sorteio *n*	Probabilidade de *haver* algum sorteio igual, dentre os *n* primeiros jogos	Porcentagem que os *n* jogos representam nos 1.770 sorteios possíveis
1	0,000000000000000000000%	0,0564972%
2	0,056497175141245700000%	0,1129944%

A porcentagem q mais próxima de 0,0031% aí é q = 0,056%, cuja probabilidade de haver coincidência é igual a zero, por haver somente um jogo realizado.

Agora, se forem ainda 60 números, mas para se escolherem 3, são s = 34.200 possibilidades de sorteio.

Sorteio *n*	Probabilidade de *haver* algum sorteio igual, dentre os *n* primeiros jogos	Porcentagem que os *n* jogos representam nos 34.200 sorteios possíveis
1	0,00000000000000000000%	0,0029223%
2	0,00292226767971693000 0%	0,0058445%

A porcentagem 0,0031% está entre 0,0029223% e 0,0058445%, então, tirando uma média, a probabilidade seria próxima de (0% + 0,0029%)/2 = 0,00145%.

Num jogo fictício com 60 números, onde 4 são sorteados, temos, pulando algumas linhas:

Sorteio *n*	Probabilidade de *haver* algum sorteio igual, dentre os *n* primeiros jogos	Porcentagem que os *n* jogos representam nos 487.635 sorteios possíveis
1	0,00000000000000000000%	0,0002051%
15	0,02153039399929170000 0%	0,0030761%
16	0,02460580295077230000 0%	0,0032811%

A probabilidade referente aos 0,0031% está entre 0,0215% e 0,0246%. Tirando uma média, (0,0215% + 0,0246%)/2 = 0,023%.

Tentei fazer ainda com os 60 números, onde 5 são sorteados, porém o máximo valor de q que obtive no Excel foi a porcentagem de q = 0,0008%, aos 45 jogos.

Com 5 números a serem sorteados, o máximo que consegui no Excel foi uma cartela com 47 números, cuja tabela está abaixo:

Sorteio *n*	Probabilidade de *haver* algum sorteio igual, dentre os *n* primeiros jogos	Porcentagem que os *n* jogos representam nos 1.533.939 sorteios possíveis
1	0,00006519164058582660 0%	0,0000652%
47	0,07350989788263980000 0%	0,0030640%
48	0,07663679636089600000 0%	0,0031292%

Com q = 0,0031%, podemos considerar a probabilidade média de 0,075% de chance.

E com 6 números a serem sorteados, o máximo que consegui foi uma cartela com 34 números:

Sorteio n	Probabilidade de *haver* algum sorteio igual, dentre os n primeiros jogos	Porcentagem que os n jogos representam nos 1.344.904 sorteios possíveis
1	0,00000000000000000000%	0,0000744%
41	0,06095292275930530000%	0,0030485%
42	0,06399960931106060000%	0,0031229%

Para uma porcentagem próxima a 0,0031%, podemos considerar uma probabilidade média de 0,063% de haver sorteios repetidos.

3 Conclusão

Agora, em relação à verdadeira Mega-Sena, com os 60 números, para serem escolhidos 6, nos 1.559 primeiros jogos, o que poderíamos dizer?

Os resultados que obtivemos até aqui:

Mega-Sena fictícia	Probabilidade de haver repetição, correspondente à porcentagem de 0,0031% de jogos n sobre a quantidade de sorteios s:
Cartela de 60 números, sorteio de 2 números	0%
Cartela de 60 números, sorteio de 3 números	0,00145%
Cartela de 60 números, sorteio de 4 números	0,023%
Cartela de 47 números, sorteio de 5 números	0,075%
Cartela de 34 números, sorteio de 6 números	0,063%

Com tais resultados, não há de se ter esperança de que a probabilidade de haver repetições na Mega-Sena em 1.559 jogos seja muito maior do que estes valores acima. Porém, pretendo ainda encontrar um software que consiga realizar o cálculo desta probabilidade.

Referências

[1] Disponível em http://www1.caixa.gov.br/loterias/loterias/megasena/megasena_resultado.asp. Acesso em 24 Dezembro 2013.