



**Revista Eletrônica
Paulista de Matemática**

ISSN2316-9664
Volume 10, dez. 2017
Edição Ermac

Paulo Sergio da Silva Gouveia
Centro Universitário do Norte
Paulista (UNORP)
paulossg@gmail.com

Jussara Longhi
Centro Universitário do Norte
Paulista (UNORP)
jussaralonghi@hotmail.com

**Sabrina Franciele Mendonça
Janones**
Centro Universitário do Norte
Paulista (UNORP)
sabrinajanones@hotmail.com

Eric Fabricio Farias Machado
Centro Universitário do Norte
Paulista (UNORP)
eric9_jb@hotmail.com

Uso de otimização no projeto estrutural de um suporte de duas barras

Use of optimization in the structural design of a two-bar support

Resumo

O presente trabalho tenciona-se explicitar a aplicação de modelos de otimização no projeto de um suporte formado por duas barras. Modelos de otimização são representações simplificadas da realidade que preservam uma equivalência adequada e permitem encontrar com base em critérios especificados a melhor solução dentre várias possibilidades. Desta forma, o objetivo é minimizar a massa de aço no suporte e conseqüentemente, a adequação do custo de acordo com o problema, para este fim utiliza-se o software *Matlab* com a função *fmincon*. No modelo abordado analisam-se alguns parâmetros fixos com finalidade de cálculo, seguindo-se gradualmente para melhor exemplificar o problema. Além disso, adotam-se dois modelos de seção transversal, sendo eles, seção transversal tubo circular cujos diâmetros externos e internos são variáveis e seção transversal I onde a variáveis relacionam-se com o conjunto da peça adotada. Os resultados numéricos são comparados de acordo com as constantes determinadas pela função objetivo através dos testes realizados para validação do modelo.

Palavras-chave: Otimização. Modelagem. Minimizar.

Abstract

The present work intends to explain the application of optimization models in the design of a support formed by two bars. Optimization models are simplified representations of reality that preserve an adequate equivalence and allow to find, based on specified criteria, the best solution among several possibilities. In this way, the objective is to minimize the steel mass in the support and consequently, the suitability of the cost according to the problem, for this purpose the Matlab software is used with the function *fmincon*. In the model approached, some fixed parameters are analyzed with purpose of calculation, being followed gradually to better exemplify the problem. In addition, two cross-sectional models are adopted, the cross-section being a circular tube whose external and internal diameters are variable and cross-section I where the variables relate to the set of the adopted piece. The numerical results are compared according to the constants determined by the objective function through the tests carried out to validate the model.

Keywords: Optimization. Modeling. Minimize.

1 Introdução

Na engenharia, projetos estruturais consistem basicamente no dimensionamento dos elementos inerentes a estrutura, de forma que estes atendam aos esforços que serão solicitados. As decisões tomadas nesta etapa impactam profundamente, tanto no processo de construção quanto no seu custo final e devem garantir a estabilidade, segurança e utilização do projeto em questão.

Para que os engenheiros apliquem otimização em seu local de trabalho, eles devem ter uma compreensão da teoria, dos algoritmos e das técnicas empregadas (BELEGUNDU, CHANDRUPATLA, 2011, p. 1).

Em um mundo cada vez mais competitivo e globalizado é essencial que estas decisões atinjam diretamente a diminuição dos custos, neste sentido, as técnicas de otimização são extremamente eficientes para alcançar tais objetivos, pois sua estrutura permite definir qual objetivo deve ser focado, bem como restrições de projeto e restrições técnicas normativas (VENKATARAMAN, 2001, p. 2). Neste trabalho, abordar-se o problema de projetar um suporte constituído por duas barras de aço, submetido a um carregamento no nó que as une, conforme a Figura 1.

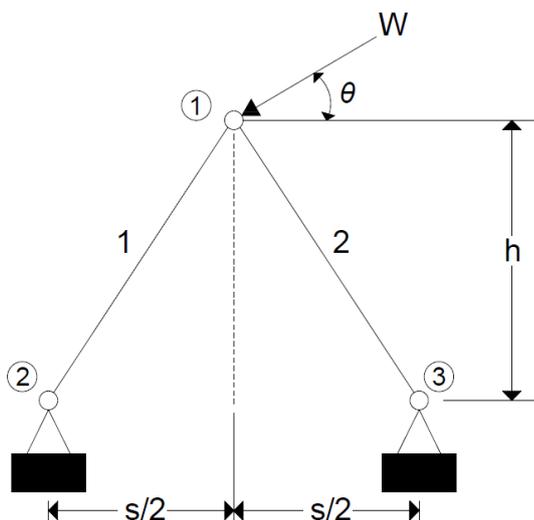


Figura 1 – Estrutura do suporte de duas barras.

Embora simples e limitado, por se tratar de somente um nó, este modelo é muito encontrado em torres de transmissão, telhados e passarelas. Além disso, permitirá de maneira simples ilustrar a aplicação de conceitos de otimização no dimensionamento de perfis.

No trabalho “Uso de otimização no projeto estrutural de um suporte de duas barras” publicado no caderno de trabalhos completos e resumos do IV ERMAC – Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional adotou-se um modelo sintetizado com seção tubo circular, neste projeto optou-se por incrementar uma nova seção e variar o valor da carga aplicada além da altura e do espaçamento.

O trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2 investiga-se o problema desta treliça na Engenharia Civil e formulam-se dois problemas de otimização que visam minimizar a massa do aço utilizada, de forma a suportar o esforço solicitado, na seção 3 experimentos numéricos são realizados alterando-se parâmetros do problema com o intuito de validar o modelo de otimização e por fim na seção 4 as conclusões e trabalhos futuros são apresentados.

2 O problema de otimização

A otimização é um processo da Pesquisa Operacional, onde as principais fases de implementação incluem, definição do problema, construção do modelo, solução, validação e implementação da solução (TAHA, 2008, p. 4).

Para o problema das duas barras apresentado na Figura 1, o intuito é encontrar quais as dimensões que minimizam a massa total de aço de forma que a estrutura não entre em colapso devido às tensões nas barras. Uma série de fatores deve ser analisada para a obtenção do resultado final.

Note que a carga W está aplicada no nó, este detalhe é muito importante, pois garante que o único esforço solicitado na estrutura seja o de tração ou de compressão, não tendo que ser verificada a flexão das barras (REBELLO, 2000, p. 104). O material a ser utilizado para as barras deve ser especificado, pois as propriedades do mesmo são necessárias para formular o critério de otimização e o desempenho requerido.

Na concepção do problema, precisa-se determinar o desempenho estrutural com mais precisão, as forças F_1 e F_2 transportadas pelas barras 1 e 2, respectivamente, podem ser utilizadas para estabelecer as condições de falha. Para calcular essas forças, utiliza-se o princípio do equilíbrio estático conforme Figura 2.

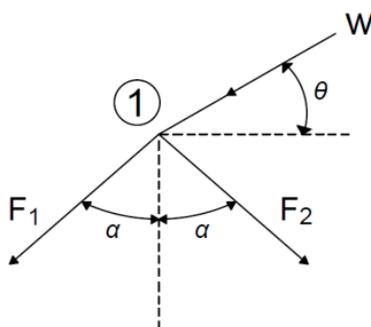


Figura 2 – Diagrama de corpo livre para o nó 1.

Para evitar a falha da barra devido ao carregamento excessivo, deve-se calcular a tensão aplicada a ela, conhecendo a força transportada por uma barra pode-se então calcular a tensão σ como a força dividida pela área transversal da barra ($\sigma = F/A$). A unidade adotada pelo Sistema Internacional de Unidades (SI) é o Newton / metro² (N / m²), também chamado de Pascal (Pa).

2.1 Formulação do problema tubo circular

Para a formulação do problema tubo circular adota-se que as duas barras são iguais com seção transversal tubo circular e que a tensão máxima admissível nas barras seja denotada por σ_a que pode ser de compressão ou de tração (negativa e positiva respectivamente), a Figura 3 traz uma representação desta seção transversal onde identifica-se o diâmetro interno (d) e o diâmetro externo (D). Maiores detalhes sobre o desenvolvimento do modelo de otimização associado ao problema são encontrados em Arora (2012).

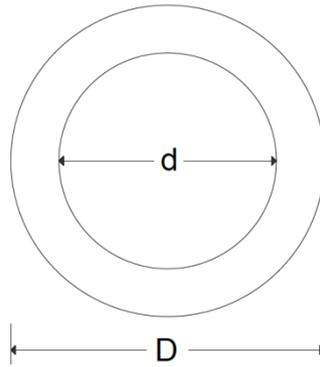


Figura 3 – Seção tubo circular.

As variáveis para formulação do modelo são definidas como:

x_1 = altura do suporte;

x_2 = espaçamento do suporte;

x_3 = diâmetro externo da barra 1;

x_4 = diâmetro interno da barra 1;

x_5 = diâmetro externo da barra 2;

x_6 = diâmetro interno da barra 2.

Desta forma, a partir do nó 1 da Figura 2, aplicam-se o diagrama de corpo rígido e as fórmulas de equilíbrio estático e calculam-se as forças nas barras 1 e 2.

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{x_2}{2l} \quad (1)$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{x_1}{l} \quad (2)$$

$$l = \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2} \quad (3)$$

$$\sum F_H = 0, \text{ ou seja: } -F_1 \operatorname{sen} \alpha + F_2 \operatorname{sen} \alpha = W \operatorname{cos} \theta \quad (4)$$

$$\sum F_V = 0, \text{ ou seja: } -F_1 \operatorname{cos} \alpha - F_2 \operatorname{cos} \alpha = W \operatorname{sen} \theta \quad (5)$$

Utiliza-se o sistema (4) - (5) para a determinação de F_1 , ou seja, dado (6) - (7):

$$\begin{cases} -F_1 \operatorname{sen} \alpha + F_2 \operatorname{sen} \alpha = W \operatorname{cos} \theta \\ -F_1 \operatorname{cos} \alpha - F_2 \operatorname{cos} \alpha = W \operatorname{sen} \theta \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} -F_1 \operatorname{sen} \alpha + F_2 \operatorname{sen} \alpha = W \operatorname{cos} \theta \\ -F_1 \operatorname{cos} \alpha - F_2 \operatorname{cos} \alpha = W \operatorname{sen} \theta \end{cases} \quad (7)$$

Após, multiplica-se a equação (6) por $\operatorname{cos} \alpha$ e a equação (7) por $\operatorname{sen} \alpha$:

$$\begin{cases} -F_1 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \alpha + F_2 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \alpha = W \operatorname{cos} \theta \operatorname{cos} \alpha \\ -F_1 \operatorname{cos} \alpha \operatorname{sen} \alpha - F_2 \operatorname{cos} \alpha \operatorname{sen} \alpha = W \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \alpha \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} -F_1 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \alpha + F_2 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \alpha = W \operatorname{cos} \theta \operatorname{cos} \alpha \\ -F_1 \operatorname{cos} \alpha \operatorname{sen} \alpha - F_2 \operatorname{cos} \alpha \operatorname{sen} \alpha = W \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \alpha \end{cases} \quad (9)$$

Utiliza-se a soma das equações (8) - (9), substitui-se (1) e (2) e determina-se F_1 , como representado em (10).

$$\begin{aligned}
 -2F_1 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha &= W \cos \theta \cos \alpha + W \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \alpha \\
 -2F_1 &= \frac{W \cos \theta \cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} + \frac{W \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} \\
 -2F_1 &= \frac{W \cos \theta}{\operatorname{sen} \alpha} + \frac{W \operatorname{sen} \theta}{\cos \alpha} \\
 -2F_1 &= \frac{W \cos \theta}{\frac{x_2}{2l}} + \frac{W \operatorname{sen} \theta}{\frac{x_1}{l}} \\
 -2F_1 &= \frac{2lW \cos \theta}{x_2} + \frac{lW \operatorname{sen} \theta}{x_1} \\
 -2F_1 &= lW \left[\frac{2 \cos \theta}{x_2} + \frac{\operatorname{sen} \theta}{x_1} \right] \\
 F_1 &= -0,5lW \left[\frac{2 \cos \theta}{x_2} + \frac{\operatorname{sen} \theta}{x_1} \right] \tag{10}
 \end{aligned}$$

Isola-se F_2 em (7) e substitui-se F_1 obtida em (10):

$$\begin{aligned}
 -F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \alpha &= W \operatorname{sen} \theta \\
 F_2 \cos \alpha &= -F_1 \cos \alpha - W \operatorname{sen} \theta \\
 F_2 &= \frac{-F_1 \cos \alpha}{\cos \alpha} - \frac{W \operatorname{sen} \theta}{\cos \alpha} \\
 F_2 &= -F_1 - \frac{W \operatorname{sen} \theta}{\cos \alpha} \\
 F_2 &= -F_1 - \frac{W \operatorname{sen} \theta}{\frac{x_1}{l}} \\
 F_2 &= - \left[-0,5lW \left(\frac{2 \cos \theta}{x_2} + \frac{\operatorname{sen} \theta}{x_1} \right) \right] - \frac{lW \operatorname{sen} \theta}{x_1} \\
 F_2 &= \frac{lW \cos \theta}{x_2} + \frac{0,5lW \operatorname{sen} \theta}{x_1} - \frac{lW \operatorname{sen} \theta}{x_1} \\
 F_2 &= \frac{lW \cos \theta}{x_2} - \frac{0,5lW \operatorname{sen} \theta}{x_1} \\
 F_2 &= -0,5lW \left[-\frac{2 \cos \theta}{x_2} + \frac{\operatorname{sen} \theta}{x_1} \right] \tag{11}
 \end{aligned}$$



Assim, substitui-se (3) em (10) e (11) tem-se que as forças atuantes nas barras 1 e 2 são, respectivamente:

$$F_1 = -0,5W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2} \left[\frac{\text{sen}(\theta)}{x_1} + \frac{2\text{cos}(\theta)}{x_2} \right] \quad (12)$$

$$F_2 = -0,5W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2} \left[\frac{\text{sen}(\theta)}{x_1} - \frac{2\text{cos}(\theta)}{x_2} \right] \quad (13)$$

Como as seções transversais são tubo circulares tem-se que a área é dada por:

$$A = \frac{\pi(x_3^2 - x_4^2)}{4} \quad (14)$$

Assim, o modelo de otimização associado a esta seção tubo circular pode ser formulado matematicamente como (15):

$$\text{Minimizar } \frac{\pi\rho}{4} \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2} (x_3^2 - x_4^2 + x_5^2 - x_6^2) \quad (15a)$$

$$\text{sujeito a : } \frac{2W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2}}{\pi(x_3^2 - x_4^2)} \left[\frac{\text{sen}(\theta)}{x_1} + \frac{2\text{cos}(\theta)}{x_2} \right] \leq \sigma_a \quad (15b)$$

$$-\frac{2W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2}}{\pi(x_3^2 - x_4^2)} \left[\frac{\text{sen}(\theta)}{x_1} + \frac{2\text{cos}(\theta)}{x_2} \right] \leq \sigma_a \quad (15c)$$

$$\frac{2W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2}}{\pi(x_5^2 - x_6^2)} \left[\frac{\text{sen}(\theta)}{x_1} - \frac{2\text{cos}(\theta)}{x_2} \right] \leq \sigma_a \quad (15d)$$

$$-\frac{2W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2}}{\pi(x_5^2 - x_6^2)} \left[\frac{\text{sen}(\theta)}{x_1} - \frac{2\text{cos}(\theta)}{x_2} \right] \leq \sigma_a \quad (15e)$$

$$-x_3 + x_4 + 0,001 \leq 0 \quad (15f)$$

$$-x_5 + x_6 + 0,001 \leq 0 \quad (15g)$$

$$x_3 - x_5 = 0 \quad (15h)$$

$$x_4 - x_6 = 0 \quad (15i)$$

$$x_1 - h = 0 \quad (15j)$$

$$x_2 - s = 0 \quad (15k)$$

$$0 \leq x_1 \leq 10 \quad (15l)$$

$$0 \leq x_2 \leq 10 \quad (15m)$$

$$0 \leq x_3 \leq 5 \quad (15n)$$

$$0 \leq x_4 \leq 4,5 \quad (15o)$$

$$0 \leq x_5 \leq 5 \quad (15p)$$

$$0 \leq x_6 \leq 4,5 \quad (15q)$$

Em que: a função objetivo (15a) representa a massa total de aço; as restrições (15b) - (15e) garantem que as tensões não ultrapassem a tensão admissível σ_a , para que não ocorra o cisalhamento nas barras; as restrições (15f) e (15g) garantem que os diâmetros internos e externos sejam diferentes por no mínimo 0,001 m; as restrições (15h) e (15i) impõem que as barras sejam idênticas; as restrições (15j) e (15k) definem a altura e o espaçamento das barras e as restrições (15l) - (15q) impõem os limites sobre as variáveis.

2.2 Formulação do problema perfil I

No trabalho de Sadaf (2015) foi abordado apenas um tipo de seção. Neste trabalho para a formulação do problema utiliza-se a inserção da seção transversal I no suporte, que difere parcialmente do modelo tubo circular. O perfil adotado possui como parâmetros para definir sua área quatro variáveis, conforme Figura 4, sendo elas a largura da mesa (bf), espessura da mesa (tf), altura da alma (h) e espessura da alma (tw), que para fins de cálculo serão substituídas posteriormente, e que a tensão máxima admissível nas barras seja denotada por σ_a que pode ser de compressão ou de tração.

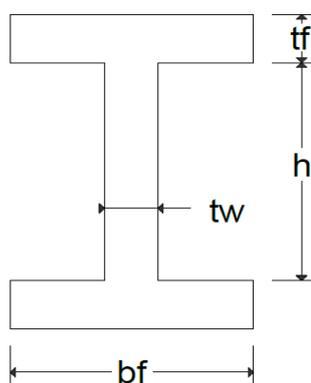


Figura 4 – Perfil I.

As variáveis para formulação do modelo são definidas como:

x_1 = altura do suporte;

x_2 = espaçamento do suporte;

x_3 = largura da mesa – bf da barra 1;

x_4 = espessura da mesa – tf da barra 1;

x_5 = altura da alma – h da barra 1;

x_6 = espessura da alma – tw da barra 1;

x_7 = largura da mesa – bf da barra 2;

x_8 = espessura da mesa – tf da barra 2;

x_9 = altura da alma – h da barra 2;

x_{10} = espessura da alma – tw da barra 2.

As forças atuantes nas barras 1 e 2 não sofreram alterações, logo, são adotadas como em (12) e (13) respectivamente.



Como a seção transversal é perfil I, a área é dada por:

$$A = (2x_3x_4) + (x_5x_6) \quad (16)$$

Portanto, o modelo de otimização associado a este problema, proposto neste trabalho, pode ser formulado como:

$$\text{Minimizar } \left\{ [(2x_3x_4) + (x_5x_6)] + [(2x_7x_8) + (x_9x_{10})] \right\} \rho \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2} \quad (17a)$$

$$\text{sujeito a: } \frac{0,5W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2}}{(2x_3x_4) + (x_5x_6)} \left[\frac{\sin(\theta)}{x_1} + \frac{2 \cos(\theta)}{x_2} \right] \leq \sigma_a \quad (17b)$$

$$- \frac{0,5W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2}}{(2x_3x_4) + (x_5x_6)} \left[\frac{\sin(\theta)}{x_1} + \frac{2 \cos(\theta)}{x_2} \right] \leq \sigma_a \quad (17c)$$

$$\frac{0,5W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2}}{(2x_7x_8) + (x_9x_{10})} \left[\frac{\sin(\theta)}{x_1} - \frac{2 \cos(\theta)}{x_2} \right] \leq \sigma_a \quad (17d)$$

$$- \frac{0,5W \sqrt{x_1^2 + (0,5x_2)^2}}{(2x_7x_8) + (x_9x_{10})} \left[\frac{\sin(\theta)}{x_1} - \frac{2 \cos(\theta)}{x_2} \right] \leq \sigma_a \quad (17e)$$

$$x_1 - h = 0 \quad (17f)$$

$$x_2 - s = 0 \quad (17g)$$

$$x_3 - x_7 = 0 \quad (17h)$$

$$x_4 - x_8 = 0 \quad (17i)$$

$$x_5 - x_9 = 0 \quad (17j)$$

$$x_6 - x_{10} = 0 \quad (17k)$$

$$0 \leq x_1 \leq 10 \quad (17l)$$

$$0 \leq x_2 \leq 10 \quad (17m)$$

$$0 \leq x_3 \leq 5 \quad (17n)$$

$$0 \leq x_4 \leq 4,5 \quad (17o)$$

$$0 \leq x_5 \leq 5 \quad (17p)$$

$$0 \leq x_6 \leq 4,5 \quad (17q)$$

$$0 \leq x_7 \leq 5 \quad (17r)$$

$$0 \leq x_8 \leq 4,5 \quad (17s)$$

$$0 \leq x_9 \leq 5 \quad (17t)$$

$$0 \leq x_{10} \leq 4,5 \quad (17u)$$



3 Resultados numéricos

Na formulação apresentada neste trabalho, pressupõe-se que as barras 1 e 2 são, embora possa ser prudente assumir o contrário para algumas aplicações avançadas, do mesmo material. Para ilustrar o modelo de otimização (15a) – (15q) bem como sua eficiência, assumi-se que:

- O carregamento W será constante a princípio, com valor de 10KN;
- O ângulo θ permanecerá no intervalo $[0, \pi/2]$ com incrementos de $\pi/12$;
- O material será o aço com massa específica $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$ e a tensão admissível $\sigma_a = 250 \text{ MPa}$;

Para início de cálculo a altura será $h = 1\text{m}$ e o espaçamento $s = 1.5\text{m}$. Para resolver o problema de otimização foi utilizado o software *Matlab* com a função *fmincon* adotando o algoritmo *interior-point*, pode-se encontrar detalhes em Chapman (2006).

A Tabela 1 define a variação do espaçamento e da altura do modelo, fixando-se a carga (W) de 10KN.

Tabela 1 – Ângulo x Massa (variação do espaçamento e altura).

	Θ (rad)	0	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$	$\pi/2$
h-1.0; s-1.5	massa (Kg/m^3)	0,6543	0,7590	0,8120	0,8096	0,7521	0,6433	0,4908
h-1.5; s-2.0	massa (Kg/m^3)	1,0208	1,1618	1,2239	1,2027	1,1003	0,9213	0,6804
h-2.0; s-2.5	massa (Kg/m^3)	1,3974	1,5757	1,6487	1,6056	1,4550	1,2055	0,8733
h-2.5; s-3.0	massa (Kg/m^3)	1,7794	1,9951	2,0752	2,0132	1,8142	1,4924	1,0676

Nota-se que a necessidade de uma maior quantidade de aço oscila entre $\pi/6$ e $\pi/4$, pois são os ângulos onde a força de tração atua de uma forma predominante.

Mantendo a proporção de altura e espaçamento adotada inicialmente, porém oscilando-se desta vez a carga. Obtêm-se então os dados apresentados na Tabela 2

Tabela 2 – Ângulo x Massa (variação da força).

	Θ (rad)	0	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$	$\pi/2$
W - 10000	massa (Kg/m^3)	0,6543	0,7590	0,8120	0,8096	0,7521	0,6433	0,4908
W - 15000	massa (Kg/m^3)	0,9814	1,1386	1,2181	1,2146	1,1280	0,9649	0,7363
W - 20000	massa (Kg/m^3)	1,3087	1,5178	1,6237	1,6190	1,5040	1,2868	0,9813
W - 25000	massa (Kg/m^3)	1,6355	1,9053	2,0297	2,0238	1,8799	1,6081	1,2267

Na Tabela 2 é definida a variação do carregamento W , considerando-se o espaçamento $s=1,5\text{m}$ e altura $h=1,0\text{m}$, nota-se que a maior quantidade de aço permanece oscilando entre $\pi/6$ e $\pi/4$.

Observa-se que não foram inseridos valores para o perfil I, pois segundo o modelo (17a) - (17u), os ângulos onde se encontram as maiores quantidades da massa de aço e os valores da mesma não alteram consideravelmente, sendo que seu valor é dado pela relação entre a área e a tensão admissível, uma mudança relevante na massa de aço seria dada pela alteração das restrições, sendo assim, adotando-se a força cortante como um novo parâmetro. Os valores apresentados neste trabalho encontram-se dentro dos limites fixados inicialmente.



4 Conclusão

O estudo realizado neste trabalho permitiu a modelagem de um projeto estrutural de um suporte de duas barras, através de um problema de Otimização em que buscou-se a minimização da quantidade de aço utilizada na estrutura.

Através dos experimentos numéricos realizados utilizando-se o software *Matlab*, notou-se que a variação do ângulo de incidência do carregamento no nó afeta consideravelmente a quantidade de aço necessária na estrutura, dado que, quando a estrutura trabalha com grande força de tração (entre 0 e $\pi/4$) a solicitação de aço cresce de forma relativamente grande.

Além disso, constata-se uma eficiência muito grande do modelo, quando o carregamento é submetido a um ângulo de incidência superior a $\pi/4$, trabalhando assim, com a maior força na compressão. Através dos resultados numéricos tem-se que a menor massa de aço se encontra no ângulo de $\pi/2$, devido ao carregamento ser distribuído nas barras por igual fazendo assim a estrutura trabalhar como um pilar.

Como trabalhos futuros, a inserção de novas restrições que modelem outros esforços para os quais a estrutura seja submetida devem ser adicionados.

5 Referências

ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. 3. ed. New York: Elsevier, 2012.

BELEGUNDU, A. D.; CHANDRUPATLA, T. R. **Optimization concepts and applications in engineering**. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 2011.

CHAPMAN, S. J. **Programação em Matlab para engenheiros**. 2. ed. São Paulo: Thomson Learning, 2006.

REBELLO, Y. C. P. **A concepção estrutural e a arquitetura**. São Paulo: Zigurate Editora, 2000.

SADAF, S. et al. Minimization of two bar bracket optimization problem through derivate free methods. **Science International**, v. 27, n. 6, p. 6153-6156, 2015.

TAHA, H. A. **Pesquisa operacional: uma visão geral**. 8. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2008.

VENKATARAMAN, P. **Applied optimization with Matlab programming**. New York: Wiley, 2001.

Artigo recebido em jun. 2017 e aceito em nov. 2017.