



**Revista Eletrônica
Paulista de Matemática**

ISSN 2316-9664
Volume 7, dez. 2016
Edição ERMAC

**Ângelo Henrique Dinhane
Vassoler**

Graduando de Engenharia Civil
Faculdade de Engenharia
Unesp – Campus Bauru
angelo.vassoler@hotmail.com

Sônia Cristina Poltroniere

Departamento de Matemática
Faculdade de Ciências
Unesp – Campus Bauru
soniacps@fc.unesp.br

Silvio Alexandre de Araújo

Depto de Matemática Aplicada
Instituto de Biociências, Letras e
Ciências Exatas
Unesp – Campus S. J. Rio Preto
saraujo@ibilce.unesp.br

Modelagem matemática para o problema de produção de vigotas na indústria de lajes treliçadas

Mathematical modeling for the production problem of joists in
trusses slabs industries

Resumo

Diversas são as aplicações da Pesquisa Operacional nos campos do conhecimento visando a otimização de processos. O uso de técnicas eficientes no planejamento e programação da produção em indústrias, almejando aumentar sua produtividade e a qualidade dos produtos, são cada vez mais frequentes, e na construção civil não é diferente. Este trabalho aborda o problema de planejamento da produção de vigotas na indústria de lajes treliçadas, propondo um modelo matemático baseado no problema de corte de estoque multiperíodo. Outras restrições de planejamento são consideradas na modelagem, como o atendimento da demanda dividido em demanda contra estoque e demanda sob encomenda. O objetivo é minimizar estoques indesejáveis e evitar atrasos na entrega. Alguns testes iniciais foram realizados para a validação do modelo, utilizando-se um pacote de otimização.

Palavras-chave: Pesquisa operacional. Otimização linear. Problema de corte de estoque. Lajes treliçadas.

Abstract

There are several applications of Operations Research in the fields of knowledge in order to optimize processes. The use of efficient techniques in the production planning in industries, aiming to increase their productivity and the quality of products, are becoming more frequent, and in construction it is not different. This work addresses the production planning problem of joists in trusses slabs industries, proposing a mathematical model based on multiperiod cutting stock problem. Other production planning constraints are considered in modeling, as the demand divided into demand from stock and custom demand. The goal is to minimize undesirable inventories and avoid delays in delivery. Some initial computational tests were performed to validate the model, using an optimization package.

Keywords: Operational research. Linear optimization. Cutting stock problem. Trusses slabs.



1 Introdução

A Otimização linear é uma subárea da Pesquisa Operacional que busca resolver, da melhor forma possível, um problema modelado matematicamente, visando maximizar ou minimizar determinada função de interesse, a qual é denominada recorrentemente de função objetivo. São inúmeras as aplicações da otimização linear em problemas reais, tais como no planejamento e programação da produção em indústrias de manufatura, na área de transportes, telecomunicações, construção civil, computação e saúde.

Abordagens clássicas são: problema da mistura, que consiste na combinação de diferentes materiais para a geração de produtos com características diferenciadas; problemas de transporte e designação, envolvendo questões de logística para centros de distribuição e entrega de encomendas de forma a tornar o serviço o mais eficiente possível à medida que se minimiza o custo de transporte; o problema de dimensionamento de lotes, que consiste em determinar a quantidade e o tipo de produtos a serem produzidos, em uma ou várias máquinas, em cada período ao longo de um horizonte de tempo finito, de modo a atender certa demanda, dado um conjunto de restrições; o problema de corte de estoque, que consiste na otimização do processo de corte de unidades maiores, denominadas objetos, em unidades menores, os itens, com o objetivo de atender a demanda destes, segundo um critério de otimização, por exemplo, a perda de material durante o processo de corte.

O problema de planejamento da produção na indústria de lajes treliçadas se insere neste contexto. A produção das vigotas que irão compor as lajes pode ser interpretada como um problema de corte/empacotamento unidimensional multiperíodo. As vigotas (unidades menores) são produzidas em fôrmas de grande dimensão longitudinal (unidades maiores), a partir de uma demanda especificada pelos clientes, que depende do vão das lajes a serem formadas. O problema de corte de estoque e suas aplicações vêm sendo abordados intensamente desde os trabalhos de Gilmore e Gomory (1961, 1963) e suas aplicações são encontradas, por exemplo, na indústria têxtil, nas indústrias de aço, papel, móveis e vidro.

A integração do problema de corte de estoque com outros problemas que surgem no planejamento da produção em indústrias tem sido objeto de estudo nos últimos anos. Com aplicações na indústria de papel, podemos citar os trabalhos de Respício, Captivo e Rodrigues (2002) e Correa, Oliveira e Ferreira (2004). Poltroniere et al. (2008) propôs um modelo matemático e métodos de solução para o problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque, também com aplicações na indústria papelreira. Outros trabalhos consideraram o problema de corte de estoque bidimensional integrado ao dimensionamento de lotes, como, por exemplo, Silva, Alvelos e Carvalho (2014). Com aplicações na indústria de móveis citamos os trabalhos de Gramani e França (2006), Gramani, França e Arenales (2009), Ghidini (2008), Santos, Araújo e Rangel (2011) e Alem e Morabito (2014).

No caso da indústria da construção civil, Castilho, Debs e Nicoletti (2007) utilizaram um algoritmo genético modificado para minimizar os custos na construção de lajes utilizando vigas de concreto protendido pré-moldado. Prata, Pitombeira-Neto e Sales (2015) abordaram a produção de vigas de concreto pré-moldadas como um problema de corte multiperíodo, apresentando um estudo de caso, com resultados computacionais satisfatórios; a geração dos padrões de corte é feita de maneira empírica, sem o emprego de outras técnicas, e, além disso, não avalia o estoque de produtos entre os períodos. Araújo, Pileggi e Arenales (2001) abordaram o problema da produção de lajes treliçadas como um problema integrado de corte e dimensionamento de lotes, propondo uma modelagem matemática. No método de solução utilizado, o problema da mochila é considerado para a geração de padrões de corte das vigas.

Este trabalho considera o problema de produção de vigotas na indústria de lajes treliçadas. O problema é modelado como um problema de corte de estoque multiperíodo, considerando-se



outras restrições de planejamento que a indústria apresenta. Procura-se manter uma produção contra estoque e sob encomenda. No atendimento da demanda sob encomenda não deve haver atrasos. Além disso, deve-se manter uma produção contra estoque das vigotas dentro de um intervalo de segurança, para atender possíveis demandas de última hora. O objetivo é minimizar custos de estoques e penalidades por atrasos na entrega. Um modelo matemático, baseado na proposta de Araújo, Pileggi e Arenales (2001), é apresentado. O problema foi modelado e resolvido usando o pacote de otimização AMPL/CPLEX 12.6. Testes computacionais preliminares foram realizados para validação do modelo.

A Seção 2 apresenta brevemente o problema de produção na indústria de lajes treliçadas. Na seção 3 é apresentado o modelo matemático proposto para a produção de vigotas. Na Seção 4 é exposto o método de solução utilizado. Na Seção 5, são apresentados e discutidos os resultados computacionais preliminares. As considerações finais encontram-se na Seção 6.

2 Descrição do problema

Com a globalização e a crescente necessidade de eficiência no processo de produção, permitindo, ao mesmo tempo, elevada produtividade e qualidade dos produtos, o planejamento da produção nas indústrias, de modo a otimizar suas atividades, torna-se cada vez mais evidente. Segundo Debs (2000), a Construção Civil, entretanto, tem sido considerada uma indústria atrasada se comparada a outros ramos industriais, apresentando, em geral, baixa produtividade, grande desperdício de materiais, morosidade e baixo controle de qualidade. Para reduzir este atraso, surge a técnica da confecção de estruturas de concreto pré-moldado e protendido, que permite uma produção em série de elementos estruturais, sob as mais diversas formas, comprimentos longitudinais elevados (capaz de vencer grandes vãos) e alta resistência.

Com a produção de lajes, não é diferente. Ao invés de adotarmos processos convencionais, como a laje maciça que demanda estruturas de cimbramento e adensamento do concreto, é recorrente o uso de lajes treliçadas, de forma a acelerar o processo construtivo. Além de ser uma opção mais econômica, quando comparada à laje maciça de concreto, possibilita vencer grandes vãos, com menor peso próprio e reduzindo a mão-de-obra durante sua execução.

A laje treliçada tem como característica suas armaduras das nervuras, como o próprio nome sugere, com o formato de uma treliça espacial, sendo que possui dois banzos inferiores e um banzo superior, unidos por barras inclinadas, denominadas diagonais, cuja ligação é feita por soldas. Essa armadura tem por finalidade melhorar a resistência aos esforços cortantes (esforço solicitante que tende a cisalhar um corpo, isto é, separá-lo; apresentando forças atuantes no plano da seção transversal) e proporcionar rigidez ao conjunto, além de melhorar o transporte e manuseio das peças quando prontas. O banzo inferior é então envolvido por uma placa de concreto, formando assim, as vigotas ou trilhos. Uma representação simplificada da vigota e sua armação pode ser vista na Figura 1.

No processo construtivo, colocam-se as vigotas igualmente distribuídas segundo o tamanho das lajotas ou blocos de enchimento, em geral, de material cerâmico, na direção do menor vão da laje, apresentando configuração conforme a Figura 2. Por fim, sobre esse conjunto, são colocadas armaduras transversais, além de um preenchimento com nata de concreto, responsável pela unificação e solidarização desses elementos, fornecendo a resistência necessária à laje, atuando para resistir aos momentos fletores e cortantes.

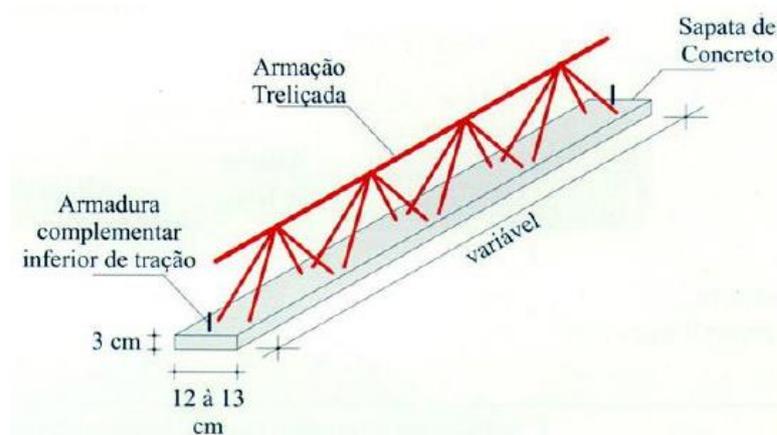


Figura 1: Vigota da laje treliçada. Fonte: Bastos (2015).



Figura 2: Conjunto de vigotas e lajotas. Disponível em: <http://alissonlajes.com.br/wpcontent/uploads/2015/01/11190448.png>. (07/04/2016).

2.1 A produção de vigotas e o problema de corte de estoque unidimensional

Na produção de lajes treliçadas tem-se fôrmas de grande dimensão, nas quais serão moldadas as vigotas da laje juntamente com sua armadura nervurada. Inicialmente, é aplicado um desmoldante às fôrmas de modo que não haja a aderência do concreto a estas, facilitando o processo de retirada das peças. A base da vigota é feita de concreto, sendo necessária uma correta dosagem deste, segundo os materiais utilizados (cimento, areia, brita, água e possíveis aditivos, a citar, um aditivo de trabalhabilidade) e volume adequado, conforme a demanda de produção. O concreto é despejado nas fôrmas, que são vibradas para adensamento do concreto e, posteriormente, são colocados separadores de forma conveniente a produzir as vigotas conforme as especificações dos clientes. Observe que a maneira de utilizar os separadores nas fôrmas nos levam à construção de padrões de corte. Por fim, são colocadas as armações treliçadas. As peças passam por um processo de cura, são desmoldadas e é feita a limpeza das fôrmas para sua reutilização em produções subsequentes.

Esse processo de produção das vigotas pode ser modelado como um problema de corte de estoque multiperíodo, no sentido de dividir um objeto de maior dimensão (fôrmas) em itens (vigotas) de comprimentos menores, especificados pelos clientes. Araújo, Pileggi e Arenales (2000), considerou a programação da produção numa indústria de lajes treliçadas do interior do Estado de São Paulo. A indústria produz as vigotas de concreto (que irão compor as lajes) de vários tamanhos em fôrmas (canaletes de aproximadamente 20 metros) de comprimento fixo, a fim de atender uma determinada demanda e otimizar a utilização das fôrmas. Neste trabalho, como foi feito em Araújo, Pileggi e Arenales (2000), a produção é considerada seguindo duas vertentes: produção sob encomenda e produção contra estoque, de modo a assegurar a demanda



variável (clientes cujas demandas são pequenas e necessitam de um atendimento instantâneo) e não permitir atrasos na entrega.

3 Modelagem matemática

A seguir, está apresentada a modelagem matemática para o problema da produção de vigotas em um horizonte de planejamento finito, baseado na abordagem proposta por Araújo, Pileggi e Arenales (2001). Considere os seguintes índices, parâmetros e variáveis:

- $t = 1, \dots, T$: períodos do horizonte de planejamento;
- $i = 1, \dots, K$: tipos de itens (vigotas) produzidos contra estoque;
- $i = K + 1, \dots, K + M$: tipos de itens (vigotas) produzidos sob encomenda;
- $j = 1, \dots, n$: padrões de corte (possíveis arranjos nas fôrmas);
- L : comprimento das fôrmas;
- N : número de fôrmas disponíveis;
- h_i : custo de estocagem de uma unidade do item i ;
- l_i : comprimento do item tipo i ;
- d_{it} : demanda do item tipo i no período t ;
- \underline{d}_i : limitante inferior desejável para estoque do item i , $i = 1, \dots, K$;
- \bar{d}_i : limitante superior desejável para o estoque do item i , $i = 1, \dots, K$;
- p_1 : penalidade alta caso o nível de estoque esteja abaixo de \underline{d}_i ;
- p_2 : penalidade baixa caso o nível de estoque esteja dentro dos limites pré-estabelecidos, isto é, entre \underline{d}_i e \bar{d}_i ;
- a_{ij} : quantidade de itens do tipo i produzidos segundo o padrão de corte j ;
- x_{jt} : número de vezes que o padrão j é utilizado no período t ;
- xf_t : variável de folga, que representa o número de fôrmas não utilizadas no período t .
- I_{it} : estoque (em unidades) do item i no período t , para $i = K + 1, \dots, K + M$;
- I_{it}^1 : estoque (em unidades) do item i no período t , abaixo do mínimo pré-estabelecido, $i = 1, \dots, K$;
- I_{it}^2 : estoque (em unidades) do item i no período t , dentro dos limites pré-estabelecido, $i = 1, \dots, K$;
- δ_{it} : variável binária que indica se a quantidade de itens do tipo i produzidos para estoque no período t está dentro dos limites pré-estabelecidos ou não.

Modelo matemático:

Minimizar:

$$\sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=K+1}^{K+M} h_i I_{it} + \sum_{i=1}^K (p_1(1 - \delta_{it}) + p_2 \delta_{it}) \right) \quad ((1))$$

sujeito a:



$$I_{i,t-1}^1 + I_{i,t-1}^2 + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_{jt} = I_{it}^1 + I_{it}^2 + d_{it}, \quad i = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T; \quad ((2))$$

$$I_{i,t-1}^1 + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_{jt} = I_{it} + d_{it}, \quad i = K + 1, \dots, K + M; t = 1, \dots, T; \quad ((3))$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} + xf_t = N, \quad t = 1, \dots, T; \quad ((4))$$

$$\underline{d}_i \delta_{it} \leq I_{it}^1 \leq \bar{d}_i, \quad i = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T; \quad ((5))$$

$$0 \leq I_{it}^2 \leq (\bar{d}_i - \underline{d}_i) \delta_{it}, \quad i = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T; \quad ((6))$$

$$x_{jt} \geq 0, \quad xf_t \geq 0 \text{ e inteiros}, \quad t = 1, \dots, T; j = 1, \dots, n \quad ((7))$$

$$I_{it}^1 \geq 0, \quad I_{it}^2 \geq 0 \text{ e inteiros}, \quad i = K + 1, \dots, K + M; t = 1, \dots, T; \quad ((8))$$

$$I_{it} \geq 0 \text{ e inteiro}, \quad \delta_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T; \quad ((9))$$

Nesta modelagem, a produção das vigotas está dividida em: produção contra estoque e sob encomenda. Não é permitido atraso no atendimento da demanda sob encomenda. Além disso, deseja-se manter o nível de estoque dos itens produzidos contra estoque dentro de um intervalo de segurança, para atender baixas demandas de clientes que chegam aleatoriamente. Para isso, na função objetivo (1), além de desestimular estoques desnecessários dos itens sob encomenda, acrescentam-se penalizações altas para evitar que os níveis de estoque nos itens produzidos contra estoque estejam fora do intervalo especificado. Araújo, Pileggi e Arenales (2001) utiliza ainda o método do M-grande para penalizar a presença de variáveis de folga negativas. Isto indicaria que o número de fôrmas disponível na indústria seria insuficiente para a produção e atendimento da demanda, servindo como indicativo de necessidade de aquisição ou aluguel de novas fôrmas. Neste trabalho, não consideramos esta possibilidade.

As restrições em (2) e (3) são restrições de atendimento da demanda contra estoque e sob encomenda, respectivamente. As restrições (4) limitam a produção dos itens em cada período ao número de formas disponíveis. A variável de folga xf indica o número de formas não utilizadas no período. Nas restrições (5) e (6), a variável I_{it}^1 representa o nível de estoque do item i no período t abaixo do limitante inferior pré-estabelecido (neste caso $I_{it}^2 = 0$) e I_{it}^2 representa o nível de estoque do item i no período t dentro dos limites pré-estabelecidos (neste caso $I_{it}^1 = \underline{d}_i$). A variável δ_{it} é utilizada para penalizar, na função objetivo, o não atendimento desse intervalo de segurança dos itens produzidos contra estoque. Os conjuntos de restrições (7), (8) e (9) definem os domínio das variáveis utilizadas no modelo.

4 Método de solução



O modelo (1)-(9) é de difícil solução por várias razões, dentre elas, o número grande de variáveis (uma para cada padrão de corte) e a restrição de integralidade dessas variáveis. Para contornar estas dificuldades, o problema relaxado (considerando-se variáveis reais) foi resolvido utilizando-se um procedimento de geração de colunas baseado em Gilmore e Gomory (1961, 1963). Inicialmente, o problema relaxado é resolvido considerando-se apenas os padrões de corte homogêneos (padrões com apenas um tipo de item) para compor a matriz de restrições inicial. A partir da solução obtida, as variáveis duais associadas são consideradas e um problema da mochila é resolvido para determinar se existem padrões de corte que melhoram a solução atual. Caso existam, tais padrões (colunas) são adicionados e um novo problema relaxado é resolvido. Este processo é repetido até que não haja mais padrões que melhoram a solução do problema relaxado. Por fim, considerando-se apenas os padrões de corte (colunas) da solução ótima do problema relaxado, o modelo original (com a restrição de integralidade sobre as variáveis de decisão) é resolvido pelo Cplex.

5 Experimentos computacionais preliminares

Para a implementação do método de solução foi utilizado o pacote de otimização AMPL/CPLEX 12.6. Inicialmente, foram geradas duas classes com 10 exemplos cada uma, como descrito a seguir.

Classe 1: Nesta classe, os exemplos foram gerados considerando-se um horizonte de planejamento dividido em dez períodos ($T = 10$), três tipos de itens contra estoque ($K = 3$) e dois tipos de itens sob encomenda ($M = 2$). Os exemplos de uma mesma classe se diferem por apresentar comprimentos distintos para os itens demandados, gerados aleatoriamente no intervalo $[20,50]$, além de apresentar valores distintos de demanda contra estoque e sob encomenda, sendo que, na primeira, o valor é atribuído igual para todos os períodos e, na segunda, é um valor de demanda que ocorre em apenas um período, escolhido aleatoriamente, estando no intervalo $[120,140]$.

Classe 2: Nesta segunda classe de exemplos considerou-se um horizonte de planejamento composto por vinte períodos ($T = 20$), três tipos de itens contra estoque ($K = 3$) e dois tipos de itens sob encomenda ($M = 2$). O processo de geração dos comprimentos e das demandas dos itens é análogo ao da Classe 1, com itens de comprimentos distintos no intervalo $[20,50]$, sendo a demanda contra estoque igual para todos os períodos e a sob encomenda, por sua vez, presente em um único período, aleatório, com valor no intervalo $[120,140]$.

A Tabela 1 ilustra os resultados obtidos para os exemplos da Classe 1, apresentando a solução do problema relaxado (solução linear) e a solução do problema original, com a condição de integralidade das variáveis. Em ambos os casos, estão indicados o valor da função objetivo e da variável de folga, correspondente ao número de fôrmas não utilizadas ao longo do horizonte de planejamento. Além disso, é mostrado o tempo computacional demandado para a obtenção de ambas as soluções.

Da mesma forma que na Tabela 1, a Tabela 2 ilustra os resultados obtidos para os exemplos da Classe 2. Observa-se que os 10 exemplos da Classe 2 apresentaram solução com um tempo computacional relativamente baixo, com a média de 3s. Entretanto, na Classe 1, ocorreu de dois exemplos não apresentarem uma solução factível (ver Tabela 1) em função do número insuficiente de fôrmas para atender à demanda, fato recorrente quando a demanda sob encomenda incide nos primeiros períodos do horizonte de tempo.



Tabela 1 – Resultados da Classe 1.

Exemplo	Solução Linear		Solução Inteira		Tempo Computacional (s)
	Função Objetivo	Folga	Função Objetivo	Folga	
1	30,00	100,3	150,00	99	0
2	-	-	-	-	-
3	106,22	100,002	338,00	98	4
4	-	-	-	-	-
5	30,00	69,522	219,00	70	1
6	30,00	99,345	438,00	96	1
7	-	-	-	-	-
8	30,00	105,667	430,00	103	0
9	30,00	87,06	110,00	86	1
10	30,00	79,1	1050,00	75	1
Média	40,89	91,57	390,71	89,57	1,14

Tabela 2 – Resultados da Classe 2.

Exemplo	Solução Linear		Solução Inteira		Tempo Computacional (s)
	Função Objetivo	Folga	Função Objetivo	Folga	
1	60,00	263,043	1050,00	261	2
2	60,00	246,946	800,00	244	1
3	60,00	263,043	760,00	261	1
4	73,07	153,647	109,00	155	9
5	140,85	238,157	358,00	239	7
6	60,00	209,3	800,00	208	1
7	60,00	153,733	499,00	154	6
8	60,00	210,731	880,00	209	1
9	60,00	173,889	750,00	173	1
10	787,00	205,367	2967,00	203	1
Média	142,09	211,79	897,30	210,70	3

No que se refere aos valores da função objetivo, esses foram baixos no caso da solução relaxada, com exceção do exemplo 10 da segunda classe. A função objetivo foi modelada de forma a penalizar os estoques, não havendo, por exemplo, a consideração do processo de preparação da fôrma e o uso dos materiais necessários para a confecção das vigotas. Isto permite a utilização de uma quantidade de fôrmas, desde que estejam disponíveis, já que não há “punição” para tal, sendo questionável esse fator para etapas futuras desta pesquisa. Para o caso das soluções inteiras, a impossibilidade de valores fracionários para as variáveis de decisão implica maior geração de estoque. Isso explica a diferença considerável em alguns exemplos, já que cada item sob encomenda recebe uma penalidade de 10 unidades e itens produzidos contra estoque acima dos valores limites, 50. Seria razoável admitirmos a diferença de 740 unidades para o exemplo 2 da Tabela 2 se considerarmos que 14 itens contra estoque e 4 itens sob encomenda foram estocados ao longo de vinte períodos de tempo.



Nas duas tabelas, a folga indica o número de fôrmas não utilizadas durante o horizonte de produção. Considerando-se que o número de fôrmas disponíveis a cada período é 20, ao total, têm-se 400 fôrmas no caso da Classe 2. Assim, pelo valor médio da folga indicada na Tabela 2, um pouco mais da metade das fôrmas não foram utilizadas no processo produtivo. Na classe 1, observa-se proporção semelhante, porém, inferior à metade.

6 Considerações finais

Este trabalho considerou o problema de planejamento da produção de vigotas na indústria de lajes treliçadas, que foi abordado como um problema de corte de estoque multiperíodo. Testes computacionais iniciais foram realizados usando o pacote de modelagem e otimização matemática AMPL/CPLEX 12.6. Os resultados obtidos foram preliminarmente analisados, buscando validar o modelo matemático utilizado para representar o problema.

Será dada continuidade ao trabalho com o objetivo de considerar a integração do problema de corte de estoque ao problema de dimensionamento de lotes, na tentativa de otimizar a produção na indústria. A modelagem será readequada de acordo com a realidade do processo fabril das lajes treliçadas, realizando-se, para tanto, uma visita técnica a uma indústria da região, apresentando, assim, um estudo de caso. Serão realizados os ajustes necessários dos parâmetros utilizados nestes testes iniciais, com base nos dados e informações obtidas na indústria. Testes computacionais mais consistentes serão realizados, de forma que conclusões mais abrangentes sejam obtidas.

7 Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores anônimos da Revista Eletrônica Paulista de Matemática, cujas sugestões melhoraram a qualidade do artigo. Esta pesquisa contou com o apoio financeiro da FAPESP, processo 2015/08739-0.

Referências

ALEM, D.; MORABITO, R. O problema combinado de planejamento da produção e corte de estoque sob incertezas: aplicação em fábricas de móveis de pequeno porte. **Gestão & Produção**, v. 20, n. 1, p. 111-133, 2013.

ARAÚJO, S. A.; PILEGGI, G. C. F.; ARENALES, M. N. A lot sizing and cutting stock problems in production. In: EUROPEAN CONFERENCE ON OPERATIONAL RESEARCH, 18., 2001, Rotterdam. **Proceedings...** Rotterdam: [s.n.], 2001, p. 170.

ARENALES, M. N. et al. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Editora Elsevier, 2011.

BASTOS, P. S. S. **Lajes de concreto**. 2015. Notas de aula da disciplina 2117 - Estruturas de concreto I da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2015. Disponível em: <<http://www.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Lajes.pdf>>. Acesso em: 15 set. 2016.

CASTILHO, V. C.; DEBS, M. K.; NICOLETTI, M. C. Using a modified genetic algorithm to minimize the production costs for slabs of precast prestressed concrete joists. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 20, n. 4, p. 519-530, 2007.



CORREA, M. H.; OLIVEIRA, J. F.; FERREIRA, J. S. Reel and sheet cutting at a paper mill. **Computers & Operations Research**, v. 31, n. 8, p. 1223-1243, 2004.

DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos: EESC-USP, 2000.

GHIDINI, C. T. L. S. **Otimização de processos acoplados: programação da produção e corte de estoque**. 2008. 131 f. Tese (Doutorado em Ciências da Computação e Matemática Computacional)- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Carlos, 2008.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting-stock problem. **Operations Research**, v. 9, n. 6, p. 848-859, 1961.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting-stock problem - part II. **Operations Research**, v. 11, n. 6, p. 863-888, 1963.

GRAMANI, M. C. N.; FRANÇA, P. M. The combined cutting stock and lot-sizing problem in industrial processes. **European Journal of Operational Research**, n. 174, p. 509-521, 2006.

GRAMANI, M. C. N.; FRANÇA, P. M.; ARENALES, M. N. A Lagrangian relaxation approach to a coupled lot-sizing and cutting stock problem. **International Journal of Production Economics**, v. 119, p. 219-227, 2009.

KALLRATH, J. et al. Solving real-world cutting stock-problems in the paper industry: mathematical approaches, experience and challenges. **European Journal of Operational Research**, v. 238, n. 1, p. 374-389, 2014.

POLDI, K. C.; ARENALES, M. N. O problema de corte de estoque unidimensional multiperíodo. **Pesquisa Operacional**, v. 30, n. 1, p. 153-174, 2010.

POLTRONIERE, S. C. et al. A coupling cutting stock-lot sizing problems in the paper industry. **Annals of Operations Research**, v. 157, n. 1, p. 91-104, 2008.

PRATA, B. A.; PITOMBEIRA-NETO, A. R.; SALES, C. J. M. An integer linear programming model for the multiperiod production planning of precast concrete beams. **Journal of Construction Engineering and Management**, v. 141, n. 10, 2015.

RESPÍCIO, A.; CAPTIVO, M. E.; RODRIGUES, A. J. A DSS for production planning and scheduling in the paper industry. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DECISION MAKING AND DECISION SUPPORT IN THE INTERNET AGE, 2002, Cork. **Proceedings...** Cork: University College Cork, 2002, p. 298-308.

SANTOS, S. G.; ARAÚJO, S. A.; RANGEL, S. Integrated cutting machine programming and lot sizing in furniture industry. **Revista Eletrônica Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, v. 3, n. 1, p. 1-17, 2011.

SILVA, E.; ALVELOS, F.; CARVALHO, J. M. V. Integrating two-dimensional cutting stock and lot-sizing problems. **Journal of Operational Research Society**, v. 65, n. 1, p. 108-123, 2014.