Otimização da Produção dos alimentos de um restaurante universitário *

Glaucia Maria Bressan; Pedro Augusto Mazini dos Santos;
Nayara Bibiano Zebediff †

Resumo

Este trabalho tem como objetivo minimizar o custo total da produção de alimentos de um Restaurante Universitário, utilizando modelos matemáticos de Programação Linear. Os custos ótimos obtidos pelos modelos são comparados com os custos reais vivenciados pelo restaurante, levando em consideração a demanda diária das refeições, a quantidade e o perfil de usuários, além dos nutrientes indispensáveis para suprir as necessidades diárias em cada refeição (almoço e jantar). O Método Simplex é aplicado nos modelos propostos para obtenção das soluções ótimas, ou seja, dos custos mínimos de produção. Os resultados se mostram promissores e auxiliam na tomada de decisão, proporcionando aumento do lucro na produção dos alimentos e, consequentemente, diminuição de desperdícios, quando comparados com a prática usual do restaurante em estudo.

Palavras Chave: Restaurante Universitário. Programação Linear. Método Simplex.

Introdução

O restaurante universitário (RU) em estudo está localizado na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Cornélio Procópio. Possui um grande número de usuários e é utilizado por alunos, professores e servidores que realizam suas refeições (almoço e jantar) diariamente. Atualmente, foi necessário um aumento do espaço físico do restaurante, em virtude do crescimento do número de usuários. Diante deste fato, este restaurante deve então produzir uma quantidade maior de alimentos em cada refeição para atender a demanda diária de almoço e jantar. O cardápio básico é composto por arroz, feijão, bisteca e frango grelhado. Cada usuário pode se servir de arroz, feijão e escolher um destes dois tipos de carne oferecidos.

Com este consequente aumento da produção dos alimentos, surgiu a preocupação com o aumento de possíveis sobras e com o custo total da produção destes alimentos, o que pode afetar o lucro da empresa responsável pelo funcionamento do restaurante, que é terceirizado. A partir deste contexto, este trabalho propõe uma formulação matemática do problema apresentado como um Problema de Programação Linear

*Departamento de Matemática câmpus Cornélio Procópio.
†Email: glauciabressan@utfpr.edu.br. Curso de Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná

(PPL), baseado na formulação do conhecido Problema da Dieta, explorado na literatura por [4], [5] e [12].

Desta forma, Com o objetivo de minimizar o custo total da produção de alimentos do Restaurante Universitário (RU) da UTFPR câmpus Cornélio Procópio, este trabalho propõe unir as técnicas da Programação Matemática com a necessidade do planejamento dessa produção [15], [18], modelando o problema como um problema de programação linear baseado no Problema da Dieta [16] e buscando suas soluções ótimas pela aplicação do Método Simplex, cujo conteúdo, descrito na Seção 3, pode ser encontrado em [5], [11] e [8]. As soluções numéricas obtidas pela execução dos modelos são analisadas - quanto à variação e à sensibilidade dos parâmetros - e comparadas com os custos reais vivenciados pelo restaurante em estudo.

Como resultado, espera-se que os modelos matemáticos forneçam as quantidades (em kg) de alimentos que devem ser produzidas para o almoço e para o jantar, bem como o custo total de produção, que por sua vez, deve ser o custo mínimo.

Este trabalho está organizado como segue. A Seção 1, seguinte a esta introdução, apresenta a revisão bibliográfica do tema, que aborda o Problema da Dieta. Em seguida, a Seção 2 descreve brevemente sobre a Programação Linear e o algoritmo do Método Simplex. A Seção 3 informa sobre o funcionamento do restaurante em estudo e os dados a serem considerados para a formulação do problema. Os modelos matemáticos de programação linear baseados no Problema da Dieta são apresentados na Seção 4, juntamente com os resultados obtidos pela aplicação do Método Simplex. Finalmente, as Seções 5 e 6 apresentam, respectivamente, as conclusões dos resultados e as considerações finais.

1 Breve Histórico

O Problema da Dieta vem sendo explorado na literatura desde 1945 e foi proposto por George Stigler, pioneiro no ramo [16]. Nesta época, não havia um método que facilitasse os cálculos; o método simplex ainda não tinha sido proposto por George Dantzig, por isso, Stigler resolveu um amplo conjunto de inequações para que obtivesse a resposta desejada. Mais recentemente, o trabalho de [12] apresenta uma ferramenta para avaliação de modelos matemáticos para a otimização do planejamento de dietas. Os resultados da implementação de alguns modelos são obtidos e comparados.

Historicamente, segundo [16], o problema da dieta visava atender as necessidades nutricionais de um homem mediano, pesando aproximadamente 70 kg. Desejava-se descobrir qual quantidade dentre 77 diferentes alimentos deveria ser ingerida diariamente, de modo que as necessidades mínimas de nutrientes fossem iguais às recomendadas pelo Conselho Nacional de Pesquisa Norte-americano e que, além disso, a dieta elaborada tivesse o menor custo possível. A solução de um problema de programação linear pode ser obtida por meio de heurísticas ou por meio de métodos exatos como o Método Simplex, cujo algoritmo foi desenvolvido por George Dantzig em 1947 para resolver problemas numéricos de Programação Linear [4]. Este método se trata de um método iterativo de auxílio à tomada de decisão, que será abordado na Seção 3. Dantzig necessitava encontrar um bom problema para testar o novo método criado, sendo o problema da dieta de Stigler escolhido para isso. Existem vários problemas abordando o tema, recentemente [5] desenvolveram o Problema da Programação de Dietas em uma Clínica de Repouso e o principal objetivo da clínica, que recebe cerca de 50 pacientes em um fim de semana, é a escolha das dietas e a preparação das refeições visando a desintoxicação alimentar e atividade física dos pacientes.

Segundo [12], o problema original proposto por Stigler é de extrema importância para o desenvolvimento da Programação Linear, bem como seus atos e aplicações posteriores. Mais especificamente, analisando a questão alimentar, abre-se a oportunidade da aplicação de diferentes modelos matemáticos visando à melhoria da alimentação da população.

2 Materiais e métodos

A Pesquisa Operacional (PO) é uma ciência que visa o desenvolvimento e a aplicação de métodos científicos para a resolução de problemas e tomadas de decisão [5] e [1]. É aplicada a problemas em que se faz necessário especificar, de forma quantitativa, a condução e a coordenação das operações ou atividades dentro de uma organização. Possui grande utilidade na solução de problemas de otimização, na tomada de decisões e no gerenciamento de sistemas, selecionando as melhores decisões, dentre todas as possíveis [5].

Exemplos de modelos matemáticos são os modelos de Programação Matemática, uma das mais importantes variedades dos modelos quantitativos que apresenta uma grande utilidade na solução exata de problemas de otimização. Os algoritmos e os métodos da Programação Matemática buscam estruturar e solucionar modelos quantitativos que podem ser expressos matematicamente. Os modelos são estruturados logicamente com o objetivo de determinar as melhores condições de funcionamento para os sistemas representados e se reúnem em algumas subáreas como a Programação Linear [5] e [1], a Programação Não Linear [7] e a Programação Inteira [13]. Como na modelagem matemática do problema do RU, proposta nesse trabalho, todas as equações envolvidas são lineares, então trata-se de um problema de programação linear (PPL).

A formulação geral de um PPL deve conter 3 partes fundamentais: a função objetivo, as restrições e as condições de não-negatividade. Para a função objetivo e para cada uma das restrições consideradas, escreve-se uma equação linear, relacionando as variáveis de decisão com os coeficientes conhecidos. Um PPL é dito estar escrito na *forma padrão* quando formulado de acordo com as Equações (2.1), (2.2) e (2.3) [1].

$$\text{Minimizar} f(x_1, x_2, \ldots x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \tag{2.1}$$

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= b_m, \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0 \tag{2.3}$$

onde,

a_{ij}, $(i = 1, 2, \ldots, m \ ; \ j = 1, 2, \ldots, n)$ $\rightarrow$ coeficientes técnicos ou tecnológicos (reais);

b_1, b_2,..., b_m $\rightarrow$ termos independentes (constantes de restrição ou segundos membros);

c_1 , c_2,..., c_n $\rightarrow$coeficientes da função objetivo (coeficientes de custo);

x_1, x_2,..., x_n $\rightarrow$ variáveis de decisão (principais ou controláveis);

A função linear (2.1) a ser minimizada representa a função objetivo;

O sistema de equações lineares (2.2) representa as restrições (restrições funcionais);

A equação (2.3) representa as condições de não negatividade das variáveis.

A solução para o problema do RU, proposto neste trabalho, é obtida aplicando-se o Método Simplex [4], que se trata de um método iterativo de auxílio à tomada de decisões e que pode ser consultado em [1] e [3]. Em linhas gerais, segundo [5], o Método Simplex parte de uma solução básica viável, pertencente a um vértice, do sistema de equações que constituem as restrições do problema. A partir dessa solução inicial, o algoritmo identifica novas soluções viáveis de valor igual ou melhor que a corrente. Assim, o processo encontra novos vértices da envoltória convexa do problema e determina se este vértice é ótimo ou não, ou seja, se a troca de variáveis na base pode ainda melhorar a função objetivo. O algoritmo para implementação do Método Primal Simplex, o mais aplicado na literatura para a resolução do Problema da Dieta, é descrito a seguir para um PPl escrito na forma padrão de acordo com as equações (2.1) a (2.3).

Algoritmo Primal Simplex

Fase I

Encontre uma partição básica primal-factível: $A = (B, N)$.

Os vetores das variáveis básicas e não básicas são, respectivamente:

$$X_B = (x_{B_1} x_{B_2} ... x_{B_m})^T; X_N = (x_{N_1} x_{N_2} ... x_{N_{n-m}})^T$$

Faça PARE=FALSO, IT=0

(Será FALSO até que a condição de otimalidade seja verificada. IT indica o número da iteração.)

Fase II

Enquanto NÃO PARE faça:

Passo 1: Determine a solução básica primal factível: $X_B = B^{-1}b$

Passo 2: Cálculo dos custos reduzidos

2.1. vetor multiplicador simplex: $\lambda^T = c_B^T B^{-1}$

2.2. custos reduzidos (coeficientes das variáveis não básicas da função objetivo): $\hat{c}_{N_j} - \lambda^T a_{N_j}, j = 1, 2, ..., n - m$

2.3. determinação da variável a entrar na base: $\hat{c}_{N_k} = min\{\hat{c}_{N_j}\}$.

A variável x_{N_k} entra na base.

Passo 3: Teste de otimalidade

Se $\hat{c}_{N_k} \geq 0$ então a solução na iteração IT é ótima. PARE=VERDADE.

Passo 4: Cálculo da direção simplex: $y = B^{-1}a_{N_k}$

Passo 5: Determine o passo e variável a sair da base: Se $y \leq 0$, então o problema não tem solução ótima finita PARE=VERDADE.

Senão: $\epsilon = min\left\{\frac{x_{B_i}}{y_i} | y_i > 0, i = 1, \ldots, m\right\}$

Passo 6: Atualização da partição básica: $B = [a_{B_1} ... a_{B_{l-1}} a_{N_k} a_{B_{l+1}} ... a_{B_m}]$ e $N = [a_{N_1} ... a_{N_{k-1}} a_{B_l} a_{N_{k+1}} ... a_{N_{n-m}}]$

$IT \leftarrow IT + 1$

Retorne ao Passo 1.

Fim do algoritmo

Detalhes sobre a Fase I e determinação da variável que entra na base podem ser vistos em [10, 2, 19].

Após a obtenção da solução ótima, obtida pelo Método Simplex, uma análise de sensibilidade pode ser feita para prever o comportamento da função objetivo após modificações de algum dos parâmetros do PPL. Esta análise é aplicada, por exemplo, ao planejamento a longo prazo e aos novos requisitos, visando uma melhoria na formulação do PPL [9].

3 Descrição do Problema

O restaurante da UTFPR do câmpus Cornélio Procópio, local de estudo e coleta de dados deste trabalho, é administrado por uma empresa terceirizada pela Universidade. Trata-se de um restaurante de auto-serviço, com exceção à carne, que pode ser escolhida entre bisteca, frango ou uma carne 'do dia', como opção. Os alimentos adotados como cardápio básico no problema abordado neste trabalho são arroz, feijão, frango e bisteca, pois são alimentos servidos diariamente no almoço e no jantar.

O problema, formulado como um PPL, tem por objetivo minimizar o custo da produção diária destes alimentos, de forma que atenda à demanda diária de refeições: em média, 733 usuários para o almoço e 607 usuários para o jantar. Os dados foram coletados no restaurante durante os meses de Abril e Maio de 2014. Além da demanda, deve fornecer a quantidade mínima de nutrientes necessários aos usuários, que cada refeição deve satisfazer.

Figura 1: Restaurante Universitário.

O restaurante universitário é localizado no térreo da universidade, sendo de fácil acesso a todos que transitam pela instituição. Dispõe de um espaço físico de aproximadamente 666,89 m^2, com 67 mesas e 268 cadeiras suficientes para acomodar esse número de usuários fazendo suas refeições simultaneamente, como pode ser visto na Figura 1. A Figura 2 mostra as bancadas do serviço de auto-atendimento (self-service). As refeições tem o custo de R$3,00 reais para alunos e servidores.

O restaurante é aberto de segunda a sexta-feira, com horário de funcionamento para o almoço das 11 horas da manhã às 14 horas da tarde e o jantar das 17 horas e 30 minutos da tarde às 21 horas e 30 minutos da noite. Aos sábados o restaurante fornece apenas almoço, que possui o mesmo horário de funcionamento de segunda a sexta-feira. O serviço do restaurante é terceirizado; trabalham cerca

Figura 2: Serviço de *Self Service*.

de 30 funcionários entre cozinheiras, nutricionista, administrador, operados de caixa e faxineiras.

Os dados referentes à quantidade de nutrientes por 100 gramas de alimento cozido foram extraídos da Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (Nepa - Unicamp, 2011).

A Tabela 1 exibe os valores referentes à energia, proteína, carboidrato e ferro que o organismo humano necessita diariamente. Estes nutrientes são os selecionados para serem inseridos nas restrições dos modelos, pois os alimentos servidos diariamente no RU são ricos em carboidrato (arroz), ferro (feijão), proteína (frango e bisteca) e energia (presente em todos os alimentos).

Tabela 1: Tabela de necessidades nutricionais com unidade de medida 100g

Alimento	Energia	Proteína	Carboidrato	Ferro
Arroz	128 kcal	2,5g	28,1g	0,1mg
Feijão	76 kcal	4,8g	13,6g	1,3mg
Frango G.	156 kcal	32g	0g	0,3mg
Bisteca Suína	280 kcal	28,9g	0g	0,9mg

As restrições do PPL consideram a demanda de usuários para as refeições e a quantidade de nutrientes necessária para o almoço e para o jantar, conforme o perfil dos usuários do restaurante. Considerando o fato de que todos os alunos matriculados podem fazer suas refeições no restaurante, de acordo com o sistema acadêmico da UTFPR-CP, 80,87% dos usuários são do sexo masculino com idade entre 19 e 23 anos; os demais, 19,13%, são do sexo feminino, de mesma faixa etária. Desta forma, os dados sobre os nutrientes inseridos no modelo, são baseados em uma pessoa do sexo masculino, na faixa etária de 19 a 23 anos, o que constitui a grande maioria dos usuários. Também foi considerado, no custo da produção de alimentos, o chamado fator de rendimento de cada alimento, de acordo com [14]. Este fator de rendimento indica o quanto o alimento ganha ou perde, em peso, durante o seu processamento térmico (cozimento). O arroz e o feijão, por exemplo, tem seu peso aumentado após o cozimento, o que não acontece com as carnes. A Tabela 2 exibe o fator de rendimento dos alimentos considerados neste trabalho.

Tabela 2: Tabela de fator de Rendimento (Perda Térmica)

Alimento	Fator de Rendimento
Arroz	2,5
Feijão	3
Frango G.	0,6
Bisteca Suína	0,7

O resultado esperado é a quantidade em quilogramas (kg) de arroz, feijão, frango e bisteca que deve ser produzida no almoço e no jantar com um custo mínimo, de forma que satisfaça a demanda e atenda às necessidades diárias de nutrientes.

4 Resultados

São apresentadas a seguir quatro situações possíveis que podem ocorrer no RU, modeladas como problemas de programação linear. As variáveis de decisão x_1, x_2, x_3 e x_4 representam, respectivamente, as quantidades em quilograma a serem produzidas de arroz, feijão, bisteca e frango. Como os usuários podem optar por frango ou bisteca, considera-se um dado já praticado pelo restaurante: a produção destes alimentos de forma que uma opção exclua a outra. Portanto, o Modelo 1 representa a situação em que os usuários optem por frango durante o almoço. O Modelo 2 representa a opção de bisteca no jantar. Por sua vez, o Modelo 3 representa a opção de bisteca no almoço e, o Modelo 4, a opção de frango no jantar. A primeira restrição de cada um dos modelos representa a quantidade de *energia* que deve ser satisfeita na refeição; a segunda restrição, por sua vez, representa a quantidade de *proteína*, a terceira, de *carboidrato* e a a quarta, de *ferro*. As últimas três restrições de cada modelo representam os limitantes superiores e inferiores das variáveis para que todos os alimentos estejam presentes na solução ótima.

As formulações dos PPL's apresentados a seguir foram obtidas da seguinte maneira: na função objetivo, os coeficientes das variáveis de decisão x_1, x_2, x_3 e x_4, os quais representam o preço dos alimentos, foram convertidos de quilograma (kg) para 100g, unidade usada na modelagem do problema. Além disso, o fator de rendimento foi aplicado nos coeficientes das variáveis de decisão, pois o objetivo é minimizar o custo da produção dos alimentos já preparados. No conjunto de restrições, supomos uma porção média, de acordo com o perfil dos usuários, de 200g de arroz, 100g de feijão, 100g de frango grelhado ou 100g de bisteca suína, lembrando que uma opção de mistura exclui a outra. Dessa forma, os coeficientes das variáveis de decisão nas restrições são obtidos a partir dos valores da Tabela 6, multiplicados pelos valores da porção média considerada. As constantes das restrições são obtidas a partir da soma de cada nutriente presente em cada alimento, multiplicando-se pela média de usuários de almoço e jantar.

Modelo 1

$\min\ 0,068x_1 + 0,097x_2 + 1,22x_4$

sa

$256x_1 + 76x_2 + 159x_4 \geq 359903$

$5x_1 + 4,8x_2 + 32x_4 \geq 30639,4$

Modelo 2

$\min\ 0,068x_1 + 0,097x_2 + 1,03x_3$

sa

$256x_1 + 76x_2 + 280x_3 \geq 371484$

$5x_1 + 4,8x_2 + 28,9x_3 \geq 23673$

$56,2x_1 + 13,6x_2 \geq 51163,4$
$0,2x_1 + 1,3x_2 + 0,3x_4 \geq 1329,4$
$x_1 < 2199$
$x_2 < 1466$
$x_4 > 0$

$56,2x_1 + 13,6x_2 \geq 41822,3$
$0,2x_1 + 1,3x_2 + 0,9x_3 \geq 1456,8$
$x_1 < 1821$
$x_2 < 1214$
$x_3 > 0$

Modelo 3

min $0,068x_1 + 0,097x_2 + 1,03x_3$

sa

$256x_1 + 76x_2 + 280x_3 \geq 448596$
$5x_1 + 4,8x_2 + 28,9x_3 \geq 28367$
$56,2x_1 + 13.6x_2 \geq 51163,4$
$0,2x_1 + 1,3x_2 + 0,9x_3 \geq 1759,2$
$x_1 < 2199$
$x_2 < 1466$
$x_3 > 0$

Modelo 4

min $0,068x_1 + 0,097x_2 + 1,22x_4$

sa

$256x_1 + 76x_2 + 159x_4 \geq 298037$
$5x_1 + 4,8x_2 + 32x_4 \geq 25372,63$
$56,2x_1 + 13,6x_2 \geq 41822,3$
$0,2x_1 + 1,3x_2 + 0,3x_4 \geq 1092,6$
$x_1 < 1821$
$x_2 < 1214$
$x_4 > 0$

Os modelos foram executados com o apoio computacional do software LINDO [1] para a obtenção das soluções ótimas e auxílio na tomada de decisão. A configuração utilizada para as execuções dos PPL´s refere-se a um processador Intel Core I3-3110M 2.40 GHz , memória RAM de 4GB, sistema Windows 8.1.

A Tabela 3 exibe as soluções ótimas encontradas para as funções objetivo, ou seja, os valores dos custos mínimos diários para a produção de alimentos no RU em cada uma das situações consideradas.

Tabela 3: Resultados para a Função Objetivo

Opção	F.O.
Modelo 1	772,40
Modelo 2	553,11
Modelo 3	660,08
Modelo 4	639,63

Os valores para as variáveis básicas, fornecidos pela solução ótima, sugerem a quantidade em quilogramas que deve ser produzida de cada alimento, para o almoço e jantar, diariamente. As Tabelas 4 a 7 apresentam os resultados para todas as combinações possíveis de opções de almoço e jantar, de acordo com as escolhas dos usuários. As colunas “Almoço” e “Jantar” apresentam a quantidade de alimento a ser produzida em quilogramas para almoço e jantar. A coluna seguinte representa o preço por quilograma de alimento e a última coluna exibe o custo mínimo total de cada alimento, a partir das soluções ótimas dos modelos.

Após a obtenção das soluções ótimas, a análise de sensibilidade dos parâmetros dos modelos sugeridos é realizada para avaliar o comportamento da função objetivo, bem como o valor do custo mínimo total, de forma que as variáveis básicas permaneçam na base. A Tabela 8 mostra o intervalo de variação dos coeficientes da função objetivo para o Modelo 1, de maneira que as varáveis básicas continuem na base.

[1] *Linear interactive and discrete optimizer* - www.lindo.com

Tabela 4: Custo mínimo utilizando Modelo 2 (jantar) e Modelo 3 (almoço)

	Almoço	Jantar	Preço por kg (R$)	Custo Total (R$)
Arroz	21,99	18,21	0,68	27,34
Feijão	14,66	12,14	0,97	26,00
Bisteca G.	35,76	30,24	10,28	678,48
TOTAL				731,82

Tabela 5: Custo mínimo utilizando Modelo 1 (almoço) e Modelo 4 (jantar)

	Almoço	Jantar	Preço por kg (R$)	Custo Total (R$)
Arroz	21,99	18,21	0,68	27,34
Feijão	14,66	12,14	0,97	26,00
Frango G.	39,40	32,63	12,17	876,61
TOTAL				929,95

Tabela 6: Custo mínimo utilizando Modelo 1 (almoço) e Modelo 2 (jantar)

	Almoço	Jantar	Preço por kg (R$)	Custo Total (R$)
Arroz	21,99	18,21	0,68	27,34
Feijão	14,66	12,14	0,97	26,00
Frango G.	39,40	-	12,17	455,16
Bisteca G.	-	30,24	10,28	310,87
TOTAL				819,37

Tabela 7: Custo mínimo utilizando Modelo 3 (almoço) e Modelo 4 (jantar)

	Almoço	Jantar	Preço por kg (R$)	Custo Total (R$)
Arroz	21,99	18,21	0,68	27,34
Feijão	14,66	12,14	0,97	26,00
Frango G.	-	32,63	12,17	397,11
Bisteca G.	35,76	-	10,28	367,61
TOTAL				818,06

Tabela 8: Análise de Sensibilidade (Função Objetivo - Modelo 1)

Variáveis	Valor Mínimo	Valor Máximo
x_1	$-\infty$	0,19063
x_2	$-\infty$	0,183
x_4	0,64667	∞

A Tabela 9 exibe os intervalos de variação das constantes das restrições, as quais estão enumeradas de acordo com as linhas do Modelo 1. O valor corrente das constantes pode variar do valor mínimo ao valor máximo, para que as variáveis permaneçam na base.

Tabela 9: Análise de Sensibilidade (Limite das Restrições - Modelo 1)

Restrições	Valor Mínimo	Valor Máximo
02	$-\infty$	737,004
03	18031,80078	∞
04	$-\infty$	143521,3984
05	$-\infty$	2463,79626
06	567,63159	4720,52002
07	562,09863	4092,58325
08	$-\infty$	393,987488

Tabela 10: Análise de Sensibilidade (Função Objetivo - Modelo 2)

Variáveis	Valor Mínimo	Valor Máximo
x_1	$-\infty$	0,1782
x_2	$-\infty$	0,17107
x_3	0,58402	∞

Tabela 11: Análise de Sensibilidade (Limite das Restrições - Modelo 2)

Restrições	Valor Mínimo	Valor Máximo
02	$-\infty$	643125,9375
03	14932,2002	∞
04	$-\infty$	118850,5977
05	$-\infty$	2213,804871
06	51224231	3569,160034
07	555,336487	3035
08	$-\infty$	302,449829

A Tabela 10 refere-se aos possíveis intervalos para os coeficientes da função objetivo do Modelo 2. Os intervalos em que as variáveis da função objetivo do Modelo 3 podem ser alteradas são os mesmos do Modelo 2. Logo, esta mesma tabela é válida também para o Modelo 3.

A Tabela 11 representa os intervalos em que as constantes das restrições do Modelo 2 podem variar. A análise de sensibilidade das constantes das restrições do Modelo 3 é descrita na Tabela 12 e a análise de sensibilidade para os limites das constantes das restrições do Modelo 4, é apresentada na Tabela 13.

Para o Modelo 4, a análise de sensibilidade da função objetivo é igual à do Modelo 1, pois utilizam as mesmas variáveis. Esta, é representada na Tabela 8.

A partir dessas análises, são conhecidos os intervalos permitidos para a variação do preço dos alimentos (coeficientes da função objetivo), assim como os intervalos de variações das demandas (constantes das restrições) descritas em cada modelo.

Para exemplificar, observe o Modelo 1. De acordo com a análise de sensibilidade da Tabela 8, o coeficiente da variável x_4 pode assumir o valor mínimo de 0,64667.

Tabela 12: Análise de Sensibilidade (Limite das Restrições - Modelo 3)

Restrições	Valor Mínimo	Valor Máximo
02	$-\infty$	774493,4375
03	18031,79981	∞
04	$-\infty$	143521.3984
05	$-\infty$	2667,4574
06	628,84204	4266
07	676,5672	3619,1667
08	$-\infty$	357,619385

Tabela 13: Análise de Sensibilidade (Limite das Restrições - Modelo 4)

Restrições	Valor Mínimo	Valor Máximo
02	$-\infty$	610315,75
03	14932,19922	∞
04	$-\infty$	118850,6016
05	$-\infty$	2040,278748
06	470,057739	3909,080078
07	458,0877441	3389,083252
08	$-\infty$	326,262512

Aplicando esse valor no respectivo coeficiente da função objetivo, a solução ótima obtida é o custo mínimo de R$546,51, que anteriormente era de R$772,40. No Modelo 2, alterando o coeficiente da variável x_1 para 0,1782 na função objetivo, valor máximo permitido de acordo com a análise de sensibilidade da Tabela 10, o custo mínimo varia de R$553,11 para R$753,78, fazendo com que as variáveis básicas permaneçam na base.

5 Conclusão

Durante os meses de Abril e Maio de 2014, período da coleta de dados no restaurante universitário, observou-se o quanto se produziu durante este período, em quilogramas, de cada alimento aqui descrito, como o arroz, feijão, frango e bisteca. Estas quantidades diárias são exibidas na Tabela 14. É importante ressaltar que, na prática diária do restaurante em estudo, não há um planejamento da produção, ou seja, todos os alimentos são produzidos conforme a demanda de cada refeição. Ambas as opções de carne são produzidas em sua totalidade, no almoço e no jantar. Tais práticas fornecem um custo unitário de produção de alimentos em todas as refeições.

A Tabela 15 compara os custos da produção de alimentos utilizando as combinações dos modelos propostos neste trabalho com os custos reais vivenciados pelo restaurante. A coluna "F.O. (R$)" representa o custo mínimo oferecido pelo valor da função objetivo dos modelos matemáticos. A coluna "Real (R$)" representa o custo real do restaurante, sem o planejamento da produção de alimentos. Finalmente, a última coluna representa o lucro obtido ao serem utilizados os modelos matemáticos como planejamento da produção.

Conforme os valores apresentados na Tabela 15, a produção de alimentos proposta pelos modelos matemáticos e suas combinações para as refeições de almoço e

Tabela 14: Quantidade de alimento produzida (em kg) e custo total da prática diária do RU

	Almoço (kg)	Jantar (kg)	Preço por kg (R$)	Custo Total (R$)
Arroz	57,08	41,71	0,68	67,18
Feijão	29,5	21,28	0,97	49,26
Frango G.	35,37	21,91	12,17	697,10
Bisteca G.	39,8	23,04	10,28	646,00
TOTAL	161,75	107,94		1459,54

Tabela 15: Comparação do Custo da Produção de Alimentos

Combinações dos Modelos	F.O. (R$)	Real(R$)	Lucro (R$)
2 e 3	731,82	1459,54	**727,72**
1 e 4	929,95	1459,54	**529,59**
1 e 2	819,37	1459,54	**640,17**
3 e 4	818,86	1459,54	**640,68**

jantar proporcionam lucros na produção diária de alimentos no RU e, consequentemente, favorecem a diminuição de desperdícios. A carne é o alimento mais caro dentre os considerados e servidos diariamente no restaurante. Por isso, produzi-las de forma otimizada, conforme as combinações dos modelos, proporciona um lucro diário considerável, ao ser comparado com o custo real do restaurante.

6 Considerações finais

Este estudo gerou a percepção da importância do planejamento no restaurante universitário em estudo, no sentido de determinar a quantidade a ser produzida de cada alimento oferecido diariamente no almoço e no jantar, de acordo com o número de usuários e com a quantidade de nutrientes necessária em cada refeição conforme o perfil dos seus usuários. Os modelos de programação linear, para este caso, fornecem resultados promissores e auxiliam na tomada de decisão, tendo como principais consequências, o aumento do lucro do restaurante e a diminuição dos desperdícios.

Como perspectivas futuras deste trabalho, visando o auxílio na tomada de decisão, planeja-se a implantação dos modelos matemáticos propostos no dia a dia desse restaurante; o que ainda depende da autorização dos proprietários do mesmo. Além disso, pretende-se também expandir esse trabalho para restaurantes de outros câmpus universitários e para refeições realizadas em escolas públicas.

Referências

[1] ARENALES, M. et al. Pesquisa operacional para cursos de engenharia. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

[2] BAzARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. Linear programming and network flows. New York: John Wiley & Sons, 1990.

[3] Dantzig, G. B., "Linear Programming and Extensions", Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1963.

[4] Dantzig, G. B., "The Diet Problem", vol. 20, n. 4, pp. 43-47, 1990.

[5] Goldbarg, H. P., Luna, L., "Otimização Combinatória e Programação Linear", Elsevier, Rio de Janeiro, RJ, 2005.

[6] Gomes, A. C. J., Souza, M. J. F., "LINDO: MANUAL DE REFERÊNCIA", Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.

[7] Izmailov,A., Solodov,M, "Otimização Volume 1. Condições de otimalidade, elementos de análise convexa e dualidade", IMPA, Rio de Janeiro, 2009.

[8] Lachtermacher, G., "Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões ", Saraiva, Rio de Janeiro, 2004.

[9] Lins, M. P. E., Calôba, G. M., "Programação Linear ", Interciência, Rio de Janeiro, RJ, 2006.

[10] Luenberger, D. G., "Linear and Nonlinear Programming.", Addison-Wesley, 1984.

[11] Maculan, N. Filho; Pereira, M. V. F., "Programação Linear ", Atlas, São Paulo, 1980.

[12] Namen, A. A., Bornsteim, C. T., "Pesquisa Operacional:Uma ferramenta para avaliação de resultados de diversos modelos de otimização de dietas", *Pesquisa Operacional*, vol. 24, n. 3, pp. 445-465, 2004.

[13] Nemhauser, G., Wolsey, L., "Integer and Combinatorial Optimization", Wiley Interscience, 1988.

[14] Ornellas, L. H. , "Preparo dos alimentos na cozinha e/ou laboratório dietético.", In: Técnica Dietética: seleção e preparo dos alimentos. 8ª Ed. Editora Atheneu, cap. 4, pág. 54, 2007.

[15] Russomano, V. H., "Planejamento e Controle da Produção", Pioneira, São Paulo, 2000.

[16] Stigler, G. , "The Cost of Subsistence, Journal of Farm Economics," vol. 25, pp. 303-314, 1945.

[17] Tabela brasileira de composição de alimentos / Núcleo de Estudos e Pesquisas em Alimentação- Versão II, Campinas, SP, NEPA-UNICAMP, 2006.

[18] Tubino, D. F., "Planejamento e Controle da Produção: Teoria e Prática", Atlas, São Paulo, 2007.

[19] Vanderbei, R. J., "Linear Programming Foundations and Extensions", Kluwer Academic Publishers, Boston, 1996.